

Orientaciones para el desarrollo de patrones

Horacio Solar

Pontificia Universidad Católica de Chile

El estudio de los patrones repetitivos y crecientes es uno de los aspectos esenciales en el estudio del álgebra en los primeros años de escolaridad. En este artículo, se presentan orientaciones didácticas para el estudio de patrones en base a cuatro dimensiones: propósito de la actividad, variables didácticas, dificultades y errores, y gestión del aprendizaje.

PALABRAS CLAVE

- ÁLGEBRA TEMPRANA
- PATRONES
- ORIENTACIONES DIDÁCTICAS



A ctualmente, en diversas propuestas curriculares, se hace constar la necesidad de considerar el desarrollo del pensamiento algebraico desde los primeros años de escolaridad. Una de las propuestas que responden a dicha necesidad es el enfoque *Early Algebra* (o álgebra temprana), que promueve el estudio de patrones, de relaciones entre estructuras algebraicas y propiedades aritméticas en los currículos de matemáticas de los primeros años de primaria (Blanton y Kaput, 2005; Molina, 2009). Sin embargo, para los profesores de los niveles iniciales, la incorporación de esta área de trabajo matemático no es trivial, y se hace compleja su aplicación en aula. Por ello, considero que es necesario desarrollar orientaciones didácticas para el desarrollo del álgebra temprana, es decir, sugerencias para el profesor de matemáticas sobre cómo gestionar actividades enfocadas al desarrollo del álgebra desde los primeros años de escolaridad.

En particular, en el sentido funcional del álgebra, el estudio de patrones es significativo. La búsqueda de patrones es vista como una forma de abordar el establecimiento de la generalización, que es la esencia de las matemáticas

Animales en una granja

En una granja, que tiene muchos animales, hay gallinas, gansos, cerdos, ovejas y vacas. Para contarlas las han distribuido siguiendo la siguiente secuencia:



Esta secuencia se continúa repitiendo el patrón: gallina, ganso, cerdo, oveja y vaca.

Cuadro 1. Ejemplo de actividad de patrones repetitivos para primeros años de escolaridad (elaboración propia)

Los patrones repetitivos son aquellos en que un conjunto de elementos ordenados, o cadena, se repiten de forma continuada



(Barbosa, Vale, y Palhares, 2012). Desde los primeros niveles de escolaridad, los estudiantes son enfrentados a problemas que involucran reconocer patrones de objetos concretos, figuras geométricas, colores, etc. Armar un collar de cuentas de colores siguiendo la secuencia: rojo, rojo amarillo, azul; cerrar y abrir los ojos a intervalos de dos segundos; poner en una fila a un niño, después de dos niñas: niña, niña, niño, niña, niña, niño... son todos ejemplos de patrones repetitivos que pueden ser trabajados con estudiantes de los primeros niveles de primaria.

Los patrones repetitivos son aquellos en que un conjunto de elementos ordenados, o cadena, se repiten de forma continuada. A la menor cadena de elementos que se repite la podemos identificar como el ciclo del patrón.

En el cuadro 1 se presenta un ejemplo de una de las actividades usuales de patrones repetitivos que se pueden encontrar actualmente en los libros de texto para los primeros años de escolaridad.

Cabe destacar que el patrón no se ha definido por la regularidad representada en la secuencia de animales ya que, en el sentido estricto, no podemos identificar un único patrón que responda a esta secuencia y, por ello, es necesario describir verbalmente el patrón.

En el cuadro 2 se presenta otra de las actividades usuales que se puede encontrar en los primeros años de escolaridad.

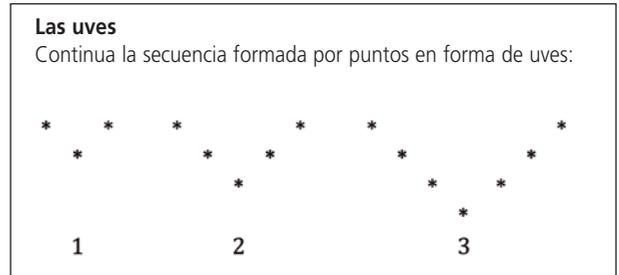
En este caso no hay un patrón repetitivo en la secuencia porque en cada paso aumentamos en dos el número de puntos para formar la uve. Este tipo de secuencias que aumenta en un número constante de elementos corresponde a un patrón creciente.

Este contexto de actividad permite hacer varias preguntas a los estudiantes en relación a cómo sigue la secuencia. En la actividad «Animales en una granja», preguntar qué tipo de animal habrá en una posición determinada cuántos animales hay de cada tipo después de una posición, o determinar una expresión que permita encontrar el animal dada una posición, son ejemplos de preguntas con demandas que tienen distintos niveles de complejidad según el nivel educativo. Entonces, la pregunta que nos hacemos es: ¿Cómo determinar las diferentes demandas que se pueden hacer a los estudiantes según su nivel educativo para el caso de patrones?

En este artículo presentamos orientaciones didácticas para el estudio de patrones, para que el docente pueda diseñar tareas matemáticas que consideren distintas demandas de la tarea en la medida en que progresa el currículo de matemáticas.

■

Las secuencias que aumenta en un número constante de elementos corresponden a un patrón creciente



Cuadro 2. Ejemplo de actividad de patrones repetitivos para primeros años de escolaridad, extraído de Solar y Rojas (2014)

EL DESARROLLO DEL ÁLGEBRA TEMPRANA

Como docentes es habitual que planifiquemos metas de aprendizaje más bien generales para una clase. En varias ocasiones, proponemos actividades a los estudiantes que nos parecen interesantes para una meta de aprendizaje general, pero sin tener claridad sobre las oportunidades que ofrece la actividad a los estudiantes para una meta de aprendizaje específica de la clase. Por ello, considero que [una primera dimensión de las orientaciones didácticas para el desarrollo del álgebra temprana hace referencia al propósito de la actividad, que expone las razones que vinculan la actividad con las expectativas de aprendizaje.](#)

En el cuadro 3 se dan ejemplos de demandas al estudiante para distintos niveles educativos respecto a la actividad del cuadro 1.

En el cuadro 3 (en la página siguiente) podemos ver que las diferentes demandas que se pueden solicitar para la actividad «Animales en una granja» pueden cambiar considerablemente según el nivel educativo. En un primer grado, la demanda se asocia a extender el patrón repetitivo y, en tercer grado, para responder a la pregunta se esperaría que los estudiantes reconocieran el patrón de cinco elementos y pudieran relacionar el animal que corresponde a

Curso	Demanda
Primer grado (9-7 años)	Dibuja los animales que siguen en la secuencia.
Tercer grado (8-9 años)	¿Qué animal hay en la posición 55 de la secuencia?
Quinto grado (10-11 años)	Determina la cantidad de gansos, cerdos y ovejas hasta la posición 1437.
Séptimo grado (12-13 años)	Describe el procedimiento que utilizaste para encontrar la cantidad de animales en diferentes posiciones. El procedimiento que utilizaste, ¿se puede usar para otro problema de patrones?

Cuadro 3. Ejemplos de demandas para distintos niveles educativos.

la posición 55 sin necesidad de contar hasta el final de la secuencia, con respuestas del tipo: «En la posición 5, 10, 15 hay una vaca, entonces en la posición 55 habrá una vaca». En quinto grado, la demanda implica que los estudiantes tengan que realizar operaciones con el patrón, con respuestas tales como: «Al dividir 1435 entre 5 se obtienen 287 gansos, cerdos y ovejas respectivamente, y en la posición 1437 hay un ganso más». En los niveles de primaria, los ejemplos de demandas se asocian a un propósito de destreza procedimental; en cambio, vemos que en el ejemplo de demanda para un séptimo grado, donde en muchos países se da inicio a la secundaria, el propósito cambia. El hecho de describir el procedimiento, y de probar si funciona en otros problemas, tiene un propósito de validar el procedimiento y ser capaz de generalizarlo. Además, esta demanda da pie a que, en la discusión del problema en la clase, el docente dé oportunidades para que los estudiantes contrasten los procedimientos, discutan las limitaciones y ventajas de cada uno y, finalmente, seleccionen el procedimiento que prefieran.

El hecho de que se planteen distintas demandas hace que se estén modificando las condiciones para enfrentarse al problema. El tener presente las con-

diciones de realización de una tarea matemática permite anticipar las posibles estrategias que usarían los estudiantes y el nivel de complejidad de la tarea. Esta dimensión fue acuñada por Brousseau (1997) como variable didáctica en la *teoría de situaciones didácticas* y representa la segunda dimensión que recomiendo tener en cuenta a la hora de desarrollar orientaciones didácticas. *Las variables didácticas hacen referencia a varios tipos de condiciones de realización que se establecen para la gestión de la actividad, como la disponibilidad de material concreto o software educativo, el tipo de representaciones, el ámbito numérico, o la relación entre los números, entre otros.*

Las dos dimensiones que siguen se movilizan más en la discusión de la tarea matemática: dificultades y errores y gestión del aprendizaje.

En la tercera dimensión de dificultades y errores, para el caso de patrones, existen errores frecuentes que pueden cometer los niños en diferentes niveles educativos. Uno de los primeros errores que se pueden cometer en primer y segundo grado es no continuar correctamente una secuencia con patrón repetitivo. Esto puede



deberse a mirar la secuencia como un conjunto de elementos sin reconocer el patrón. Por ello, es importante que los niños trabajen reconociendo cuándo hay patrones repetitivos en una secuencia de elementos, y reconociendo el mismo patrón en secuencias con diferentes objetos.

En patrones crecientes, los estudiantes suelen tener dificultades con las secuencias que no se comportan como una progresión aritmética sino que tienen asociado, por ejemplo, un patrón de orden cuadrático. En este tipo de ejercicios que presentan un verdadero obstáculo, es sustancial guiarse por la configuración geométrica de la figura, en que el orden de crecimiento cuadrático se visualiza en la misma secuencia pictórica.

Otra dificultad que puede presentarse en los patrones crecientes es la falta de abstracción para identificar la regla de formación. Por ello, es importante que primero se familiaricen con los patrones crecientes mediante el uso de material concreto.

El anticipar las dificultades y errores de los estudiantes en la planificación de clases tiene la ventaja de poder tener presentes acciones docentes para gestionar esas dificultades y errores.

Finalmente, la cuarta dimensión, gestión del aprendizaje, hace referencia a dos aspectos asociados a la gestión del aprendizaje por parte del profesor: gestión del aprendizaje conceptual y

Los estudiantes suelen tener dificultades con las secuencias que tienen asociado un patrón de orden cuadrático

Anticipar las dificultades y errores de los estudiantes permite tener presentes acciones docentes para gestionarlas

procedimental, y gestión de competencias matemáticas, tales como la resolución de problemas o argumentación matemática.

En el siguiente episodio (extraído de Solar y Rojas, 2014), se puede observar cómo la profesora Marta gestiona el aprendizaje conceptual y procedimental para la actividad «Las uves» (imagen 1, en la página siguiente) (los estudiantes trabajan respondiendo a la primera pregunta: «¿Cuántos puntos tendrá el séptimo término de la secuencia?»):

MARTA: ¿Cuántos puntos tendrá el séptimo término?

ESTUDIANTES: 15 puntos.

MARTA: ¿Y cómo lo supieron?

ESTUDIANTES: Porque se iban agregando 2

MARTA: A ver: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 y 15 (*señala las figuras en la guía proyectada en la pizarra y asocia el 7 al 15 y pone un visto bueno de correcto*), perfecto. ¿Y si yo no hago esto de sumar 2?

ALEJANDRA: multiplico.

MARTA: Ya, multiplico qué.

ALEJANDRA: $2 \times 1 + 1$.

MARTA: (*la profesora escribe $2 \times 1 + 1$*) 2×1 y le agrego 1. Perfecto.

RODRIGO: O la posición... ah no, que es lo mismo.

MARTA: ¿Escucharon lo que está diciendo él? 2, me dice, por la posición +1 (*escribe $(2 \times n) + 1$*) ¿Sería esta la regla?

ESTUDIANTES: Sí. Igual podía ir $(2 \times 1) + 1$.

MARTA: Pensemos. Yo escribo 2×2 y le agrego 1. Esta es la posición 2. 2 por 2 son 4, más 1 (*escri-*

be $(2 \times 2) + 1$ debajo de la segunda figura). ¿A qué le estoy agregando 1?

ESTUDIANTES: A la multiplicación.

MARTA: Esto es la multiplicación, a este producto agregue 1 y así hay que escribirlo, porque si yo lo escribo de esta manera, miren (*escribe $(2 \times 2) + 1$ en la pizarra*), ¿qué tengo que hacer primero ahí? ¿Qué hubiera sido siempre primero?

ESTUDIANTES: La multiplicación.

MARTA: Ya, y después el 1, paréntesis, dice esto primero y después agrega. Perfecto. ¿Qué tipo de número es el 3, 5, 7, 9, 11, 15?

ESTUDIANTES: Números impares.

MARTA: Entonces miren cómo se escribe un número impar, así se escribe un número impar, así $2n + 1$, esa es la representación algebraica de un número impar (*escribe impar en la pizarra y lo asocia con el $2n + 1$ escrito anteriormente*). ¿Se lo habían imaginado así?

ESTUDIANTES: No.

La profesora Marta realiza una serie de acciones que contribuyen a que los estudiantes asocien la secuencia con los números impares, tales como preguntar por la relación multiplicativa; escribir la expresión algebraica $(2 \times n) + 1$ que relaciona la posición con la cantidad de puntos; acordar con el grupo cómo funciona la regla de formación; o preguntar por la naturaleza de los números de la secuencia, frente a lo cual los estudiantes son capaces de asociarlos con los números impares.

Es cada vez más frecuente encontrar indicaciones de gestión en una planificación, pero estas suelen ser generales, sin apoyarse en las posibles respuestas de los estudiantes. Al contar con evidencias es factible dejar registro de preguntas específicas que puede hacer el profesor para gestionar las expectativas de aprendizaje sobre los conceptos y procedimientos en patrones y las respectivas dificultades o errores.

Respecto a la gestión de competencias matemáticas, si bien los procesos matemáticos tales como la representación, modelización o argumentación están cada vez más presentes en los currículos de matemáticas, no se cuenta con criterios para la gestión de las competencias matemáticas y, por tanto, las prácticas de planificación se siguen centrando el desarrollo de los aprendizajes en términos de expectativas de aprendizaje conceptuales y procedimentales en matemáticas. Por ello, [considerar orientaciones didácticas sobre la gestión de las competencias matemáticas es una herramienta fundamental para que el profesor pueda desarrollar efectivamente estos procesos en el aula de matemáticas y no centrarse solo en el estudio de contenidos.](#)

En el contexto de la actividad «Animales en una granja» el ejemplo de demanda para séptimo grado permite que el profesor gestione la discusión de los procedimientos para promover el desarrollo de

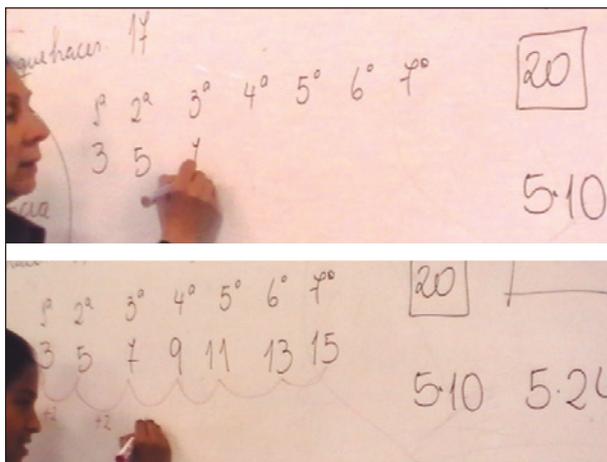


Imagen 1. Secuencia de imágenes en el desarrollo de la actividad de «Las uves»: arriba, la profesora Marta, y abajo, un estudiante. Extraído de Solar y Rojas (2014)



la competencia argumentación en el contexto del estudio de patrones. En el cierre de la actividad, el profesor puede hacer preguntas focalizadas en discutir cuál es el procedimiento más eficaz.

Espero que esta propuesta de orientaciones didácticas pueda contribuir al profesor de matemáticas para el estudio de los patrones, y que las cuatro dimensiones descritas (propósito, variables didácticas, dificultades, y errores y gestión del aprendizaje) puedan también ser útiles en otros temas matemáticos. ◀

Referencias bibliográficas

- BARBOSA, A.; VALE, I.; PALHARES, P. (2012): «Pattern tasks: Thinking processes used by 6th grade students». *Relime*, vol. 15(3), pp. 273-293.
- BLANTON, M.L.; KAPUT, J. (2005): «Characterizing a classroom practice that promotes algebraic reasoning».

Journal for Research in Mathematics Education, vol. 36(5), pp. 412-446.

BROUSSEAU, G. (1997): *Theory of Didactical Situations in Mathematics*. Dordrecht. Kluwer.

MOLINA, M. (2009): «Una propuesta de cambio curricular: integración del pensamiento algebraico en educación primaria». *PNA*, núm. 3(3), pp. 135-156.

SOLAR, H.; ROJAS, F. (2014): «Elaboración de orientaciones didácticas desde la reflexión docente: el caso del enfoque funcional del álgebra escolar». *REIEC*, núm. 10(1), pp. 14-33.

Dirección de contacto

Horacio Solar

Pontificia Universidad Católica de Chile

hsolar@uc.cl

Este artículo fue solicitado por UNO: REVISTA DE DIDÁCTICA DE LAS MATEMÁTICAS en enero de 2016 y aceptado en abril de 2016 para su publicación.